

Matematika háziverseny

2013-2014

8. évfolyam

3.forduló

1. Egy ABC szabályos háromszög belsejében P egy tetszőleges pont. A P-n átmenő és az AB oldalra merőleges egyenes az AB oldalt D pontban, a P-n átmenő és a BC oldalra merőleges egyenes a BC oldalt E pontban, a P-n átmenő és a CA oldalra merőleges egyenes a CA oldalt F pontban metszi.
Határozd meg az $AF + CE + BD$ és a $FC + EB + DA$ arányát!
2. Az $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N} : n \rightarrow n + 2$ függvényre teljesül, hogy minden n természetes szám esetén $f(f(n)) = (n + 2) + 2 = n + 4$.
Adj meg olyan $g : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ függvényt, melyre egyrészt teljesül, hogy minden n természetes szám esetén $g(g(n)) = n + 4$, másrészt amelyre igaz, hogy létezik olyan m természetes szám, melyre $g(m) = m+1$!
3. Egy medencét az A csap egyedül 5 óra alatt tölt fel (ha a lefolyó zárva), a B csap egyedül 6 óra alatt tölti fel (ha a lefolyó zárva), és a C lefolyó egyedül (ha a csapok zárva vannak) 4 óra alatt engedi le. Üres állapotról indulva, ha A, B és C is nyitva van, annyi óra alatt töltődik fel a medence, ahány literes. Hány literes a medence?
4. Legyen az A halmaz a 3-mal osztható természetes számokból álló halmaz.
Definiálunk egy új „oszthatóságot”.
Azt mondjuk, hogy tetszőleges **a** és **b** A halmazbeli számok esetén, az **a** „osztója” a **b**-nek (avagy a **b** „többszöröse” az **a**-nak) definíció szerint pontosan akkor teljesül, ha létezik olyan A halmazbeli **c** szám, amelyre $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{b}$.

/a, Sorold fel a 90 „osztóit”!
/b, Melyek azok az A halmazbeli számok, amelyek minden A halmazbelinek „osztói”?
/c, Melyek azok az A halmazbeli számok, amelyek minden a halmazbelinek „többszörösei”?
/d, Mely A-halmazbeli számok „összetettek”, azaz melyek azok az A halmazbeli számok, amelyek felírhatóak két másik A halmazbeli szorzataként?
/e, Írd fel a 90-et nem „összetett” A halmazbeli számok szorzataként, (ahányféleképpen csak tudod) !

Beadási határidő: 2014. február 10.