

Matematika háziverseny

10. évfolyam

1. forduló

1. Igazolja, hogy az

$$(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)+2(x^{16}+1)$$

kifejezés egy kéttagú összeg négyzete!

2. Oldja meg az $x^2 - 4 = x^2 y^4$ egyenletet a valós számpárok halmazán!

3.
 - Legyen b olyan valós szám, amelyre $b^3 = b + 1$. Mutassa meg, hogy ekkor $b^5 = b^4 + 1$.
 - Legyen b olyan valós szám, amelyre $b^5 = b^4 + 1$. Mutassa meg, hogy ekkor $b^3 = b + 1$.

4. Legyen A_1, B_1, C_1 az ABC háromszög BC, CA és AB oldalán egy-egy tetszőleges pont. AA_1 -et l_a -val, BB_1 -et l_b -vel és CC_1 -et l_c -vel jelöljük. Igazoljuk, hogy

$$\frac{1}{2} < \frac{l_a + l_b + l_c}{a + b + c} < \frac{3}{2}$$

Beadási határidő:
szeptember 30.
Szmerka Gergely