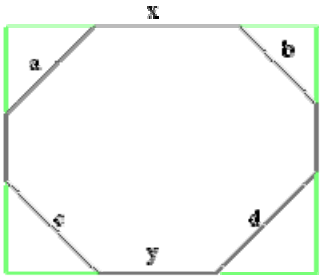
MATEMATIKA HÁZIVERSENY
12. ÉVFOLYAM
IV. forduló

1. Tegyük fel, hogy egy konvex nyolcszögben minden szög egyenlő, és bármely két oldal hosszának aránya racionális szám. Mutassuk meg, hogy a nyolcszög középpontosan szimmetrikus.



2. Az asztalra kiteszünk páratlan számú, de 1-nél több gyufaszálat. Ketten felváltva vesznek el ebből gyufákat azzal a megkötéssel, hogy minden egyes lépésben legalább egy gyufát el kell venni, és sohasem szabad egyszerre az eredeti gyufaszám felénél többet elvenni. Amikor elfogynak a gyufák, akkor megszámoljuk, kihez hány gyufaszál került. A játékot az nyeri, akinél ekkor páros sok gyufa van. Melyik játékosnak van nyerő stratégiája?

3. Mely p prímszámok esetén lesz $(2^{p-1}-1)/p$ négyzetszám?

4. Egy n pozitív egész összes (pozitív) osztójának összegét elosztjuk ugyanezen osztók reciprokainak az összegével. Mit kapunk eredményül?

Beadási határidő: 2014.03.24.